

Κώστας Γ. Σάλλαρης, Ανδρέας Ν. Τριανταφύλλου

Μαθηματικά για διαγωνισμούς

Ε΄ & ΣΤ΄ Δημοτικού



Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν. 2121/1993, όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής αδείας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Εκδόσεις Πατάκη – Εκπαίδευση

Κωνσταντίνος Σάλλαρης, Ανδρέας Τριανταφύλλου, *Μαθηματικά για διαγωνισμούς – Ε΄ & ΣΤ΄ Δημοτικού*

Διορθώσεις: Νάντια Κουτσοουρούμπα

Υπεύθυνος έκδοσης: Νίκος Κύρος

Επιμέλεια: Γεωργία Ευθυμίου

Διτρ: Γιώργος Χατζησπύρος

Φιλμ – μοντάζ: Μαρία Ποινιού-Ρένεση

Copyright© Σ. Πατάκης Α.Ε.Ε.Δ.Ε. (Εκδόσεις Πατάκη), κληρονόμοι Κωνσταντίνου Σάλλαρη και Ανδρέας Τριανταφύλλου, Αθήνα, 2019

Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Φεβρουάριος 2019

Κ.Ε.Τ. Γ280 – Κ.Ε.Π. 13/19

ISBN 978-960-16-8222-8



ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,
ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ – ΠΕΡΙΟΧΗ Β΄ ΚΤΕΟ),
570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, Τ.Θ. 1213, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55
Web site: <http://www.patakis.gr> • e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος	7
Ένα συνοπτικό σημείωμα για τον γονιό και τον δάσκαλο	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ	
1.1 Φυσικοί αριθμοί	21
1.1.1 Ορισμοί	21
1.1.2 Απαγγελία και γραφή φυσικών αριθμών	27
1.1.3 Μια ενδιαφέρουσα δραστηριότητα	28
1.1.4 Μια σύντομη αναδρομή στον τρόπο γραφής των αριθμών και στα αριθμητικά συστήματα	30
1.1.5 Διαιρετότητα	33
1.1.6 Ιδιότητες διαιρετότητας	34
1.1.7 Κριτήρια διαιρετότητας	35
1.1.8 Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)	40
1.1.9 Εύρεση ΜΚΔ	41
1.1.10 Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)	42
1.1.11 Εύρεση ΕΚΠ	42
1.1.12 Α. Ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	43
1.1.12 Β. Ένας άλλος τρόπος για να βρούμε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ	45
1.2 Δεκαδικοί αριθμοί	46
1.2.1 Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	47
1.2.2 Σύγκριση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	48
1.2.3 Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	49
1.2.4 Μια ενδιαφέρουσα δραστηριότητα	51
1.2.5 Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών	52
1.2.6 Πολλαπλασιασμοί με το 10, 100, 1.000, ...	54
1.2.7 Πολλαπλασιασμοί με το 0,1, 0,01, 0,001, ...	54
1.2.8 Διάρθρωση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	56
1.2.9 Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις	59
1.3 Κλάσματα – Μεικτοί αριθμοί	62
1.3.1 Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα	63
1.3.2 Ιδιότητες κλασμάτων	65
1.3.3 Πράξεις μεταξύ κλασμάτων	66
1.3.4 Σύγκριση μεταξύ δύο κλασμάτων	72
1.4 Δυνάμεις	75
1.5 Μεταβλητές	78
1.6 Εξισώσεις	79
1.6.1 Μέθοδος για να λύνουμε εξισώσεις στις οποίες έχουμε όλες τις πράξεις	81

1.7	Λόγοι – Ποσά – Αναλογίες – Στατιστική	84
1.7.1	Αναλογίες	85
1.7.2	Ανάλογα ποσά	89
1.7.3	Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά	92
1.7.4	Η μέθοδος της αναγωγής στη μονάδα	95
1.7.5	Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά	98
1.7.6	Η απλή μέθοδος των τριών στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά	100
1.8	Ποσοστά – Τόκοι – Επιτόκια	104
1.8.1	Ποσοστά	104
1.9	Ραβδογράμματα	110
1.10	Πίνακας κατανομής συχνοτήτων	113
1.11	Μέσος όρος (μέση τιμή)	115
1.12	Μονάδες μέτρησης	117
1.12.1	Μονάδες μέτρησης μήκους	117
1.12.2	Μονάδες μάζας	121
1.12.3	Μονάδες μέτρησης χρόνου	124
1.12.4	Μονάδες μέτρησης χρήματος – Ευρώ	128
1.13	Μοτίβα	130
1.13.1	Γεωμετρικά μοτίβα	130
1.13.2	Αριθμητικά μοτίβα	131
1.14	Επίλυση σύνθετων προβλημάτων	135

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

2.1	Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας	147
2.2	Γωνίες	149
2.3	Μονάδες μέτρησης γωνιών και τόξων	152
2.4	Εμβαδόν – Μονάδες μέτρησης	153
2.5	Παραλληλόγραμμο – Εμβαδόν παραλληλογράμμου	155
2.6	Τρίγωνο – Εμβαδόν τριγώνου	157
2.7	Τραπεζίο – Εμβαδόν τραπεζίου	161
2.8	Κύκλος	167
2.9	Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	169
2.10	Κύλινδρος	172
2.11	Μονάδες μέτρησης όγκου	174
2.12	Όγκος στερεών	176
2.13	Κλίμακες	180

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ	185
--	-----

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ	203
--	-----

ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ	227
---	-----

ΛΥΣΕΙΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ	253
---	-----

ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ	275
--	-----

9ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2015	380
9ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – Δωδεκάνησα – 2015	383
10ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2016	385
10ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – Δωδεκάνησα – 2015	387
11ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2017	389
12ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2018	392
Ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων ΣΤ' Δημοτικού	395
1ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2007	395
2ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2008	396
3ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2009	397
4ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2010	399
5ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2011	401
6ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2012	404
7ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2013	406
8ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2014	408
9ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2015	410
9ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – Δωδεκάνησα – 2015	412
10ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2016	414
10ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – Δωδεκάνησα – 2016	416
11ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2017	418
12ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» – 2018	420

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄: ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΓΥΜΝΑΣΙΑ

Θέματα Μαθηματικών για την εισαγωγή στα Πρότυπα Γυμνάσια	425
2013	425
2014	427
2015	429
2016	432
2017	435
2018	438
Ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων Μαθηματικών για την εισαγωγή στα Πρότυπα Γυμνάσια . .	442
2013	442
2014	443
2015	444
2016	444
2017	445
2018	446
Βιβλιογραφία	447

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τα τελευταία σαράντα χρόνια η διδασκαλία των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση στηρίζεται στη δασκαλοκεντρική διδασκαλία με επεξήγηση από έδρας των μαθηματικών εννοιών από τον δάσκαλο και την ενασχόληση των μαθητών με την επίλυση ασκήσεων και πάλι ασκήσεων. Ίσως η κατάσταση αυτή έχει προκύψει από τις απαιτήσεις των εισαγωγικών εξετάσεων στα Ανώτερα και Ανώτατα Εκπαιδευτικά Ιδρύματα, που είναι κατεξοχήν η επίλυση ασκήσεων με παρεμβαλλόμενα θέματα θεωρίας από τα σχολικά εγχειρίδια. Οι ασκήσεις, όπως λείει και η ετυμολογία της λέξης, έχουν ως σκοπό την εξάσκηση των μαθητών. Αυτή όμως η εξάσκηση θα πρέπει να οδηγεί σε κάτι δημιουργικό. Η δημιουργία στα Μαθηματικά εμπεδώνεται μέσω της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, είτε αυτά αφορούν προβλήματα της καθημερινής ζωής είτε ακόμα και επιστημονικά προβλήματα. Η Ένωση Δασκάλων των Μαθηματικών στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής διακηρύσσει εδώ και 20 χρόνια ότι «Η λύση προβλημάτων πρέπει να είναι στο κέντρο των σχολικών Μαθηματικών».

Η σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών καθοδηγεί τους δασκάλους προς την κατεύθυνση της επίλυσης των μαθηματικών προβλημάτων. Πιστεύεται μάλιστα από τη συντριπτική μερίδα των επιστημόνων που ασχολούνται με τη διδακτική ότι μέσω της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων διδάσκεται ο μαθητής τις βασικές μαθηματικές έννοιες, καταστρώνει στρατηγικές και συνδέει τις μαθηματικές γνώσεις του με την πραγματικότητα της καθημερινής ζωής.

Συμμεριζόμενοι την παραπάνω άποψη, παραδίνουμε στους μαθητές και στους δασκάλους τους ένα βιβλίο που προσπαθεί να διδάξει Μαθηματικά μέσα από την επίλυση προβλημάτων σε συνδυασμό με την απαραίτητη θεωρία σε συνοπτική μορφή και την παράθεση πληθώρας παραδειγμάτων καιλυμένων ασκήσεων.

Είναι γεγονός ότι με τα νέα βιβλία Μαθηματικών που δόθηκαν στους μαθητές του Δημοτικού και του Γυμνασίου γίνεται μια προσπάθεια να αλλιάξει το σύστημα διδασκαλίας στα Μαθηματικά με την εισαγωγή δραστηριοτήτων και προβλημάτων που στηρίζονται σε διαθεματικές εφαρμογές. Τα αποτελέσματα μέχρι σήμερα, όπως παραδέχεται η εκπαιδευτική κοινότητα που διδάσκει τα Μαθηματικά, είναι πενιχρά. Ας ελπίσουμε ότι τα επόμενα χρόνια, καθώς θα εξοικειώνονται οι δάσκαλοι με τη νέα ύλη και θα καλύπτουν με προφορικό λόγο τις αδυναμίες του βιβλίου, θα δούμε περισσότερα θετικά αποτελέσματα.

Πιστεύουμε ότι το παρόν βιβλίο, πέρα από τη βοήθεια που προσφέρει στους μαθητές των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού, στους μαθητές της Α΄ τάξης του Γυμνασίου και στους δασκάλους και στους καθηγητές τους, κατευθύνει τους αναγνώστες σε δεξιότητες σκέψης, με τις οποίες κατεξοχήν ασχολούνται τα Μαθηματικά, όπως:

- η αριθμητική αντίληψη
- η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων με απλούς υπολογισμούς
- η αναλυτική σκέψη και η κριτική ικανότητα
- ο επαγωγικός και διαγραμματικός συλλογισμός
- η ικανότητα κατηγοριοποίησης, ταξινόμησης και επεξεργασίας πληροφοριών
- η ταχύτητα και η ακρίβεια αντίληψης, η παρατηρητικότητα, η αντίληψη του χώρου κτλ.

Εδώ και επτά χρόνια η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία (ΕΜΕ) διοργανώνει τον μαθητικό διαγωνισμό «Παιχνίδι και Μαθηματικά», στον οποίο παίρνουν μέρος χιλιάδες μαθητές της Ε΄ και της ΣΤ΄ τάξης των Δημοτικών από όλες τις περιοχές της Ελλάδας. Ο αριθμός των μαθητών που έλαβαν μέρος στον διαγωνισμό το έτος 2013 ξεπέρασε τις 55.000. Ο διαγωνισμός αυτός εντάσσεται στον κύκλο των μαθηματικών διαγωνισμών που ακολουθούν σε Γυμνάσιο και Λύκειο και οδηγούν τους μαθητές στους διεθνείς διαγωνισμούς των Μαθηματικών Ολυμπιάδων. Η ύλη που περιέχεται στο παρόν βιβλίο και η επιλογή των ασκήσεων έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε να προετοιμάζεται ο μαθητής της Ε΄ και της ΣΤ΄ τάξης του Δημοτικού κατάλληλα για την επιτυχή συμμετοχή του στον διαγωνισμό «Παιχνίδι και Μαθηματικά». Πέραν των διαγωνισμών της ΕΜΕ, το βιβλίο θα φανεί χρήσιμο και στους μαθητές που συμμετέχουν και σε άλλους μαθητικούς διαγωνισμούς, όπως ο διαγωνισμός «Καγκουρό». Θεωρούμε ότι το βιβλίο αυτό θα αποτελέσει ουσιαστικό βοήθημα των μαθητών που θα λάβουν μέρος στις εξετάσεις για την εισαγωγή τους στα Πρότυπα Γυμνάσια.