

ΦΩΤΗΣ ΚΟΥΝΑΔΗΣ

Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου

Κριτήρια Αξιολόγησης



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΑΤΑΚΗ

Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση.

«Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν. 2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιονδήποτε τρόπο ή μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου».

Εκδόσεις Πατάκη – Βιβλία για την εκπαίδευση

Φώτης Κουνάδης, *Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου – Κριτήρια Αξιολόγησης*

Υπεύθυνος έκδοσης: Νίκος Κύρος

Διορθώσεις: Κώστας Σίμος

Σελιδοποίηση: Αλέξιος Μάστορης

Φιλμ-Μοντάζ: Μαρία Ποινιού-Ρένεση

Copyright© Σ. Πατάκης ΑΕΕΔΕ (Εκδόσεις Πατάκη) και Φώτης Κουνάδης, Αθήνα, 2018

Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Μάιος 2018

KET B637 ΚΕΠ 238/18

ISBN 978-960-16-7751-4



ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,
ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ - ΠΕΡΙΟΧΗ Β΄ ΚΤΕΟ),
570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55
Web site: <http://www.patakis.gr> . e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

Γράμμα προς τους μαθητές και τις μαθήτριες 5

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΕΣΤ

Διαγνωστική αξιολόγηση στα Μαθηματικά της Α΄ Γυμνασίου 9

Κριτήριο 1ο: Δυνάμεις ρητών με εκθέτη φυσικό 11

Κριτήριο 2ο: Δυνάμεις ρητών με εκθέτη ακέραιο 12

Κριτήριο 3ο: Η έννοια της μεταβλητής 13

Κριτήριο 4ο: Εξισώσεις α΄ βαθμού 14

Κριτήριο 5ο: Εξισώσεις α΄ βαθμού 15

Κριτήριο 6ο: Προβλήματα γεωμετρίας με εξισώσεις 16

Κριτήριο 7ο: Προβλήματα με εξισώσεις 17

Κριτήριο 8ο: Τετραγωνικές ρίζες 18

Κριτήριο 9ο: Τετραγωνικές ρίζες 19

Κριτήριο 10ο: Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί 20

Κριτήριο 11ο: Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί 21

Κριτήριο 12ο: Η έννοια της συνάρτησης 22

Κριτήριο 13ο: Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης 23

Κριτήριο 14ο: Η συνάρτηση $y = ax$ 24

Κριτήριο 15ο: Η συνάρτηση $y = ax$ 26

Κριτήριο 16ο: Η συνάρτηση $y = ax + \beta$ 28

Κριτήριο 17ο: Η συνάρτηση $y = ax + \beta$ 29

Κριτήριο 18ο: Η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$ – Υπερβολή 31

Κριτήριο 19ο: Γραφικές παραστάσεις – Μέση τιμή – Διάμεσος 33

Κριτήριο 20ο: Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας – Μονάδες μέτρησης επιφανειών 35

Κριτήριο 21ο: Εμβαδά επίπεδων σχημάτων 36

Κριτήριο 22ο: Εμβαδά επίπεδων σχημάτων 37

Κριτήριο 23ο: Πυθαγόρειο θεώρημα 38

Κριτήριο 24ο: Πυθαγόρειο θεώρημα 39

Κριτήριο 25ο: Εφαπτομένη οξείας γωνίας 40

Κριτήριο 26ο: Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας 41

Κριτήριο 27ο: Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας 42

Κριτήριο 28ο: Εγγεγραμμένες γωνίες 44

Κριτήριο 29ο: Κανονικά πολύγωνα 45

Κριτήριο 30ο: Μήκος κύκλου 47

Κριτήριο 31ο: Εμβαδόν κυκλικού δίσκου 48

Κριτήριο 32ο: Εμβαδόν – όγκος πρίσματος και κυλίνδρου 49

ΩΡΙΑΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Διαγώνισμα 1ο: Εξισώσεις	53
Διαγώνισμα 2ο: Εξισώσεις	55
Διαγώνισμα 3ο: Πραγματικοί αριθμοί – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων Πυθαγόρειο θεώρημα	57
Διαγώνισμα 4ο: Πραγματικοί αριθμοί – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων Πυθαγόρειο θεώρημα	59
Διαγώνισμα 5ο: Πραγματικοί αριθμοί – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων Πυθαγόρειο θεώρημα	60
Διαγώνισμα 6ο: Συναρτήσεις	62
Διαγώνισμα 7ο: Συναρτήσεις	64
Διαγώνισμα 8ο: Τριγωνομετρία	66
Διαγώνισμα 9ο: Τριγωνομετρία	68
Διαγώνισμα 10ο: Μέτρηση κύκλου	70
Διαγώνισμα 11ο: Μέτρηση κύκλου	72
Διαγώνισμα 12ο: Μέτρηση κύκλου	74

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Διαγώνισμα 1ο	79
Διαγώνισμα 2ο	81
Διαγώνισμα 3ο	83
Διαγώνισμα 4ο	85
Διαγώνισμα 5ο	88
Διαγώνισμα 6ο	91
Διαγώνισμα 7ο	94
Διαγώνισμα 8ο	97
Διαγώνισμα 9ο	100
Διαγώνισμα 10ο	102
Διαγώνισμα 11ο	104
Διαγώνισμα 12ο	106

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ	111
-------------------	-----

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται σε εσάς τους μαθητές και τις μαθήτριες της Β΄ Γυμνασίου και έχει προσαρμοστεί στις τελευταίες οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Πιστεύω ότι με την ποικιλία των θεμάτων που παρατίθενται, θα μπορέσετε να αντιμετωπίσετε οποιασδήποτε μορφής εξετάσεις και συγχρόνως θα αποκομίσετε σημαντικό όφελος για μια καλύτερη κατανόηση των Μαθηματικών.

Στο βιβλίο περιέχονται:

- ▶ Ένα κριτήριο διαγνωστικής αξιολόγησης στην ύλη της Α΄ Γυμνασίου.
- ▶ 32 **κριτήρια αξιολόγησης** (τεστ) για κάθε παράγραφο.
- ▶ 12 **ωριαία διαγωνίσματα** για κάθε κεφάλαιο ή ενότητα.
- ▶ 12 **διαγωνίσματα προσομοίωσης** για τις προαγωγικές εξετάσεις του Ιουνίου.
- ▶ Αναλυτικές απαντήσεις όλων των παραπάνω.

Φώτης Κουνάδης
Μαθηματικός

Υ.Γ. Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον γιο μου Ανδρέα για τις χρήσιμες παρατηρήσεις του, καθώς και όλους τους συνεργάτες των εκδόσεων Πατάκη για την πολύτιμη βοήθειά τους.

► ΘΕΜΑ 1ο

Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

$$\alpha) 2^3 = \dots \quad \beta) (-10)^4 = \dots \quad \gamma) 0^9 = \dots \quad \delta) -1^{30} = \dots \quad \varepsilon) (-3)^3 = \dots$$

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 2ο

A. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λάθος:

$$\alpha) 3^2 + 3^3 = 3^5 \quad \beta) (-2)^8 = 2^8 \quad \gamma) \left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{7^4}{2^4} \quad \delta) (4^6)^3 = 4^9$$

B. Να γράψετε με τη μορφή δύναμης τις παρακάτω παραστάσεις:

$$\alpha) 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \quad \beta) (-2)^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^5 \quad \gamma) 0,3^5 \cdot 10^5 \quad \delta) (\alpha^{12} \cdot \alpha^8) : (\alpha^3)^4$$

μονάδες 8

► ΘΕΜΑ 3ο

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - (-3)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + (-1)^{2018} - \left(\frac{1}{8}\right)^1$$

μονάδες 7

► ΘΕΜΑ 1ο

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) 10^{-2} ισούται με: Α. -20 Β. 20 Γ. $0,01$ Δ. $-\frac{1}{20}$

β) $(-3)^0$ ισούται με: Α. -1 Β. 1 Γ. 0 Δ. -3

γ) -3^0 ισούται με: Α. -1 Β. 1 Γ. 0 Δ. -3

δ) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ισούται με: Α. $\frac{16}{25}$ Β. $\frac{16}{5}$ Γ. $\frac{25}{16}$ Δ. $\frac{25}{4}$

μονάδες 4

► ΘΕΜΑ 2ο

Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη μορφή δύναμης.

α) $2^4 \cdot 2^9 \cdot 2^{-4}$ β) $(3^6)^2 : (3^4)^5$ γ) $\frac{4^3}{4^{-2}}$

δ) $\left(\frac{7}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{7}{6}\right) \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{-19}$ ε) $\frac{(-2)^4 \cdot (2^2)^3}{2 \cdot 2^{12}}$

μονάδες 10

► ΘΕΜΑ 3ο

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 2 \cdot 3^{x+1} - 2 \cdot x^2 + 2^4 \cdot x^{x+3}$, όταν $x = -3$.

μονάδες 6

► ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε με μαθηματικά σύμβολα τις παρακάτω εκφράσεις:

- Η περίμετρος ενός τετραγώνου πλευράς α .
- Το εμβαδόν τριγώνου με βάση 10 cm.
- Το κόστος x κιλών πορτοκαλιών, όταν το ένα κιλό κοστίζει 0,60 €.
- Το διπλάσιο ενός αριθμού μειωμένο κατά 10.
- Τον αριθμό των αγοριών μιας τάξης με 24 μαθητές, αν x είναι ο αριθμός των κοριτσιών της τάξης.

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 2ο

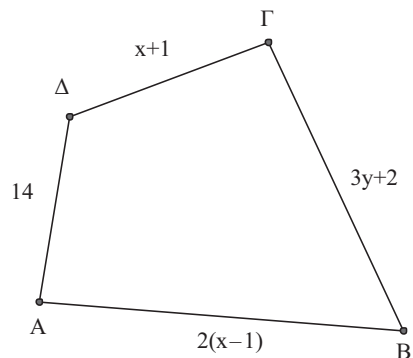
Να γράψετε πιο απλά την παράσταση $A = 2(\alpha - \beta + 1) - 3(\gamma + \beta - \alpha) - 2$, και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή της, όταν $\alpha = 2$, $\beta = -1$ και $\gamma = -\frac{1}{3}$.

μονάδες 8

► ΘΕΜΑ 3ο

Στο σχήμα δίνονται οι διαστάσεις ενός οικοπέδου σε μέτρα.

- Να βρείτε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την περίμετρο του οικοπέδου και να τη γράψετε στην απλούστερη μορφή της.
- Αν $x + y = 100$, να υπολογίσετε την περίμετρο του οικοπέδου.



μονάδες 7

► ΘΕΜΑ 1ο

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. Εξίσωση $3x = -9$	1. Είναι αδύνατη
β. Εξίσωση $5x = 0$	2. Είναι ταυτότητα
γ. Εξίσωση $0x = 12$	3. Έχει λύση τον αριθμό 0
δ. Εξίσωση $0x = 0$	4. Έχει λύση τον αριθμό -3

A	α	β	γ	δ
B				

μονάδες 6

► ΘΕΜΑ 2ο

Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις παραστάσεις:

α) $5\alpha + 12\alpha$

β) $4\omega - 9\omega + \omega$

γ) $3(x+1) - 2(4x-5)$

μονάδες 6

► ΘΕΜΑ 3ο

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-3}{6} = \frac{x-1}{2} + \frac{5x-3}{3}$

μονάδες 8

► ΘΕΜΑ 1ο

Να χαρακτηρίσετε ως σωστή ή λάθος καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Η εξίσωση $x - 5 = 5$ έχει μία λύση.
- β) Η εξίσωση $2(3x + 2) = 3(2x + 2)$ είναι ταυτότητα.
- γ) Η εξίσωση $0x = 12$ έχει λύση το 0.
- δ) Η εξίσωση $x + 3 = x - 1$ δεν έχει λύση.
- ε) Η εξίσωση $x + 3 = x + 3$ έχει λύσεις όλους τους αριθμούς.

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 10)x = (\mu + 1)$.

- α) Να βρείτε τη λύση της όταν $\lambda = 5$ και $\mu = 4$.
- β) Η εξίσωση έχει λύση όταν $\lambda = 10$ και $\mu = 4$;
- γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ και του μ η εξίσωση είναι ταυτότητα.

μονάδες 9

► ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι παραστάσεις $A = 10(2x - 1) - (x + 1) - 3(2x - 5)$

και $B = 2 - [5 - (x - 7)]$.

- α) Να γράψετε τις παραστάσεις A και B πιο απλά.
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του x ισχύει η ισότητα $\frac{A}{3} = \frac{B}{2}$.

μονάδες 6

► **ΘΕΜΑ 3ο**

α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+1}{2} - x = \frac{2x}{5} - 4$. Στη συνέχεια, να δείξετε ότι η λύση

της είναι και λύση της εξίσωσης: $\frac{x-1}{2} = \frac{2x}{5}$.

β) Αν με k συμβολίσουμε την κοινή λύση των δύο εξισώσεων, να υπολογίσετε την

τιμή της παράστασης $A = (-1)^k + (-1)^{k+1} + (-1)^{k+2} + (-1)^{k+3}$.

μονάδες 5

► **ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνονται οι εξισώσεις $(\alpha + 3)x = 0$ και $(2\beta - 4)x = 11$, όπου η πρώτη είναι ταυτότητα και η δεύτερη είναι αδύνατη. Να βρείτε τους αριθμούς α , β και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 1ο

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

	A	B	Γ	Δ
Η παράσταση $7x - 2x + 3x - x$ ισούται με:	8x	9x	7x	-5x
Η παράσταση $2(x+2) - (x+4)$ ισούται με:	x	2x	4x	-3x
Η εξίσωση $3x = 3$	Έχει λύση το 1	Έχει λύση το 3	Είναι αδύνατη	Είναι ταυτότητα
Η εξίσωση $0x = 3$	Έχει λύση το 0	Έχει λύση το 3	Είναι αδύνατη	Είναι ταυτότητα
Η εξίσωση $3x = 3x$	Έχει μοναδική λύση το 1	Έχει μοναδική λύση το 3	Είναι αδύνατη	Είναι ταυτότητα

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 2ο

Να λύσετε την εξίσωση: $3(x-1) - 2(2-x) = x+1$.

Στη συνέχεια, για τη λύση x που βρήκατε, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}.$$

μονάδες 5

► ΘΕΜΑ 3ο

α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+2}{4} - \frac{x+1}{2} = \frac{5(1-x)}{2} - \frac{1}{4}$.

β) Αν με α συμβολίσουμε τη λύση της παραπάνω εξίσωσης, να δείξετε ότι η εξίσωση $3(x-2) + ax = 4ax$ είναι αδύνατη, ενώ η εξίσωση $2ax + a = 2(x-1) + 3$ είναι ταυτότητα.

μονάδες 5

Διαγνωστική αξιολόγηση στα Μαθηματικά της Α΄ Γυμνασίου

Α. Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Αριθμός	Ο αντίθετος του αριθμού	Ο αντίστροφος του αριθμού	Η απόλυτη τιμή του αριθμού	Το τετράγωνο του αριθμού
α	$-\alpha$	$\frac{1}{\alpha}$, όταν $\alpha \neq 0$	$ \alpha $	α^2
+5	-5	$+\frac{1}{5}$	$ +5 =5$	$(+5)^2=25$
-3	+3	$-\frac{1}{3}$	$ -3 =3$	$(-3)^2=9$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	$ \frac{1}{2} =\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$

B. $10+16:4^2-3\cdot 2=$

$=10+16:16-3\cdot 2=10+1-6=5.$

Γ. $5-(2^2+3^2)+(5+2-3)^2:4=$

$=5-(4+9)+4^2:4=5-13+4=-4.$

Δ. α) $\frac{7}{4}=\frac{14}{8}$ **β)** $\frac{3}{5}>\frac{1}{5}$ **γ)** $\frac{12}{17}<1$

δ) $\frac{19}{18}>1$ **ε)** $\frac{5}{3}>\frac{3}{5}$

Ε. α) $\frac{7}{4}+\frac{1}{4}=\frac{8}{4}=2$ **β)** $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{6}{10}-\frac{5}{10}=\frac{1}{10}$

γ) $\frac{2}{7}\cdot 5=\frac{2}{7}\cdot \frac{5}{1}=\frac{10}{7}$

δ) $\frac{9}{10}:\frac{3}{5}=\frac{9}{10}\cdot \frac{5}{3}=\frac{45}{30}=\frac{45:15}{30:15}=\frac{3}{2}$

ΣΤ. Η έκπτωση σε ευρώ είναι

$15\cdot \frac{10}{100}=\frac{150}{100}=1,5$ €. Επομένως πληρώσαμε

$15-1,5=13,5$ €.

Ζ.

Βάρος κρέατος (g)	125	450
Θερμίδες	700	x

Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα έχουμε:

$\frac{700}{125}=\frac{x}{450}$ ή $125x=450\cdot 700$ ή $x=\frac{315000}{125}$ ή $x=2520$ θερμίδες.

Η. α) $3x$ **β)** x^3 **γ)** $(4+6-9)x=1x=x$

Θ. Κάνουμε αντικατάσταση και έχουμε:

$(\alpha+\beta): \gamma = (-32-8):(2) = -40:2 = -20.$

Ι. α)

A	α	β	γ	δ	ϵ
B	3	5	4	2	1

β) Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι 180° .

Επομένως στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ$ ή $80^\circ+40^\circ+\hat{\Gamma}=180^\circ$ ή

$120^\circ+\hat{\Gamma}=180^\circ$ ή $\hat{\Gamma}=60^\circ$.

γ) Τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους είναι το ορθογώνιο, το οξυγώνιο και το αμβλυγώνιο. Ισοσκελές λέγεται το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες. Ισόπλευρο λέγεται το τρίγωνο που έχει και τις τρεις πλευρές ίσες.